

# 平成 16 年度 国家公務員 I 種試験 理工 I 解答

ARQ<sup>\*1</sup>

2005 年 1 月 8 日

この文書は筆者が個人的に題にある試験問題を解いて、解き方を見直すための備忘録である。

試験問題自体は公文書であるから転載すること自体は著作権に違反しないが、各出版社が過去問題集を発行した時点で著作権法違反になる恐れがあるので、問題文そのものは記述しない。

解説には明らかな誤りがあるので、公表された正当番号と一致しても、手放しで信用してはならない。

# 目次

第 1 章	工学の基礎	5
1.1	No. 1 . . . . .	5
1.2	No. 2 . . . . .	5
1.3	No. 3 . . . . .	5
1.4	No. 4 . . . . .	6
1.5	No. 5 . . . . .	6
1.6	No. 6 . . . . .	7
1.7	No. 7 . . . . .	7
1.8	No. 8 . . . . .	7
1.9	No. 9 . . . . .	8
1.10	No. 10 . . . . .	9
1.11	No. 11 . . . . .	9
1.12	No. 12 . . . . .	10
1.13	No. 13 . . . . .	10
1.14	No. 14 . . . . .	10
1.15	No. 15 . . . . .	11
1.16	No. 16 . . . . .	11
1.17	No. 17 . . . . .	11
1.18	No. 18 . . . . .	11
1.19	No. 19 . . . . .	12
1.20	No. 20 . . . . .	12
第 2 章	情報基礎	15
2.1	No. 36 . . . . .	15
2.2	No. 37 . . . . .	15
2.3	No. 38 . . . . .	15
2.4	No. 39 . . . . .	16
2.5	No. 40 . . . . .	16
第 3 章	電気工学	17
3.1	No. 41 . . . . .	17
3.2	No. 42 . . . . .	17
3.3	No. 43 . . . . .	18

---

第 4 章	情報工学 (ハードウェア)	19
4.1	No. 91 . . . . .	19
4.2	No. 92 . . . . .	19
4.3	No. 93 . . . . .	19
4.4	No. 94 . . . . .	20
4.5	No. 95 . . . . .	20
第 5 章	情報工学 (ソフトウェア)	21
5.1	No. 96 . . . . .	21
5.2	No. 97 . . . . .	21
5.3	No. 98 . . . . .	22
5.4	No. 99 . . . . .	22
5.5	No. 100 . . . . .	22

## 第 1 章

# 工学の基礎

### 1.1 No. 1

$\pi_1, \pi_2, \pi_4$  の交点,  $\pi_2, \pi_3, \pi_4$  の交点,  $\pi_3, \pi_1, \pi_4$  の交点を, それぞれ  $A, B, C$  とすると,  $A(0, 0, 5), B(2, 0, 1), C(0, 6, 1)$  である.

$\vec{AB} = (2, 0, -4), \vec{AC} = (0, 6, -4)$ .  $\Delta ABC = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}|$  である.

$|\vec{AB} \times \vec{AC}| = |(-24, 8, 12)| = 4\sqrt{6^2 + 2^2 + 3^2} = 28$

よって,  $\Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot 28 = 14$  が成り立つ.

(感想) 外積を知らないと, 各辺の長さを求めて, 各辺の長さから余弦を求め, その値から正弦の値を計算し, そこから三角形の面積を求めることになるだろう. 計算量は外積の方が少ないと思われる.

### 1.2 No. 2

楕円の中心  $O'$  は, 線分  $OP$  上にある. したがって,  $k$  を定数として,  $O'(ka, kb)$  としてよい.  $k$  は  $k \in (0, 1/2)$  を満たしている.

楕円の方程式は,

$$\frac{(x - ka)^2}{(ka)^2} + \frac{(y - kb)^2}{(kb)^2} = 1 \quad (1.1)$$

である.

楕円は点  $P(\frac{a}{2}, \frac{b}{2})$  を通るから, この方程式に点  $P$  の座標を代入すると, 二次方程式  $k^2 + 2k + \frac{1}{2} = 0$  を得られる.

この方程式の解は,  $k = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$  であるが,  $k$  の範囲から, 求める  $k$  は,  $k = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$  である.

この楕円の内部の面積は,  $abk^2\pi$  で表されるので, 求める面積は,  $\frac{(3-2\sqrt{2})\pi}{2} ab$  である.

(感想) 座標  $O'$  をどう表現するかが鍵. 選択肢を見ると,  $a = b = 1$  としても選択肢が全て異なるから, そのようにして計算をすると多少は楽になるかもしれない.

### 1.3 No. 3

時刻  $t$  における兩粒の運動量, 質量, 速度をそれぞれ  $P(t), M(t), V(t)$  とする.

運動量の定義から,

$$P(t) = M(t)V(t) \quad (1.2)$$

が成り立つ.

また, 運動量の変化は重力に等しいという条件から,

$$\frac{P(t)}{dt} = gM(t) \quad (1.3)$$

が成り立つ.

これらの式から

$$M(t)V(t) = g \int M(t)dt \quad (1.4)$$

が成り立ち,  $M(t) = mt + M_0$ ,  $V(0) = 0$  であることから,  $V(t) = \frac{mt^2 + 2M_0t}{2(mt + M_0)}$  が導かれる.

(感想) 式を立てるまでが勝負. わからなくても,  $m = 0$  のときに,  $t$  秒後の速度が  $gt$  になることから, 選択肢は 2, 4 の 2 つに絞ることができる.

## 1.4 No. 4

$P_0(t)$  に関する微分方程式

$$\frac{P_0}{dt} = -aP_0(t) \quad (1.5)$$

を解くと, 定数を  $C_0$  を用いて  $P_0(t) = C_0 \exp(-at)$  が導かれるが, 確率密度関数の性質  $\int_0^\infty P_0 dt = 1$  を考慮すると,  $C_0 = a$  であることがわかる.

$P_1(t)$  に関する微分方程式

$$\frac{P_1(t)}{dt} = -aP_1(t) + aP_0(t) = -aP_1(t) + a^2 \exp(-at) \quad (1.6)$$

を解くと, 定数  $C_1$  を用いて  $P_1(t) = a^2 t \exp(-at) + C_1 \exp(-at)$  が導かれるが,  $P_0$  を求めた時と同様にして,  $C_1 = 0$  であることがわかる.

以上から,

$$P_0(t) = a \exp(-at) \quad (1.7)$$

$$P_1(t) = a^2 t \exp(-at) \quad (1.8)$$

が導かれる.  $P_0$  は単調減少の関数で,  $P_1$  は,  $t = \frac{1}{a}$  のときに極大かつ最大となる関数である.

(感想) 微分方程式が解けるかどうか全てである.  $\frac{df}{dt} + g(t)f = h(t)$  という形の微分方程式は, 式の両辺に積分因数  $G = \exp\left(\int g(t)dt\right)$  をかけることによって楽に計算できることを忘れずに.

## 1.5 No. 5

題意から, 連立不等式  $x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  を満たす部分の面積で, 連立不等式  $x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $x + y \leq \sqrt{6}$  の面積を割ったものが答えになる. 前者の面積を  $S_a$ , 後者の面積を  $S_p$  とする.

まず,  $S_a$  については,

$$S_a = \frac{1}{4}\pi 2^2 = \pi \quad (1.9)$$

と求められる.

次に,  $S_b$  を求める.  $x^2 + y^2 = 4, x + y = \sqrt{6}$  の交点を求めると,  $(x, y) = (\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2})$  である. それぞれの座標を A, B とする.  $AB = 2$  であるので,  $\triangle OAB$  は一辺の長さが 2 である正三角形であり, その面積は,  $\sqrt{3}$  である. また, 扇形 OAB の面積は,  $\frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$  である. したがって,  $S_b = \frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}$  である.

よって, 求めるべき確率は,

$$\frac{S_b}{S_a} = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{3}}{\pi} \quad (1.10)$$

である.

(感想) 上記  $\triangle OAB$  が正三角形であることに気がつけばそれほど難しい計算は強いられない.

## 1.6 No. 6

$n$  日ごとに修理をすることで,  $n$  日間の機械の維持費を  $a_n$  とすると,  $a_n = 12500 + \sum_{k=1}^{n-1} (50 + 10k) = 5(n^2 + 9n + 2500)$  である. 同条件で一日辺りの機械の維持費を  $b_n$  とすると,  $b_n = a_n/n = 5(n + 9 + 2500/n)$  である.  $b_n$  を  $n$  に関する連続関数とみなして  $n$  で微分すると,  $\frac{db_n}{dn} = 5(1 - 2500n^{-2})$  であるから,  $b_n$  は  $n \geq 1$  という条件のもとでは,  $n = 50$  のときに極大かつ最大である.

よって, 50 日ごとに修理すれば維持費は最小になる.

(感想) これも式を立てるまでの勝負. 手早く解答したい.

## 1.7 No. 7

4 文字目で不一致の場合, 表 1.1 のように 4 文字先の文字列を照合すればよい. また, 7 文字目で不一致の場合は表 1.2 のように 4 文字先の文字列を照合すればよい.

(感想) この問題は, 落ち着いて表を作れば短時間で解けるだろう. 真に重要なのは, 文字列のマッチングアルゴリズム (KMP, BM など) を調べることである.

## 1.8 No. 8

まず, 式 (1.11) がいえる.

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{3} \sum (X_i - \bar{X})^2 \\ &= \frac{1}{3} \sum (X_i - \mu + \mu - \bar{X})^2 \\ &= \frac{1}{3} \sum (X_i - \mu)^2 + \frac{2}{3} (\mu - \bar{X}) \sum (X_i - \mu) + \frac{1}{3} \sum (\mu - \bar{X})^2 \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$(1.12)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}(\mu - \bar{X}) \sum (X_i - \mu) &= 2(\mu - \bar{X}) \sum \left(\frac{1}{3}X_i - \frac{1}{3}\mu\right) \\ &= -2(\mu - \bar{X})^2 \end{aligned} \quad (1.13)$$

であるから, 式 (1.11) は式 (1.14) のようになる.

$$S = \frac{1}{3} \sum (X_i - \mu)^2 + (\mu - \bar{X})^2 \quad (1.14)$$

$\frac{1}{3} \sum (X_i - \mu)^2 = \sigma^2$ ,  $E[(\mu - \bar{X})^2] = \sigma/3$  であるから,

$E[S] = \sigma^2 - \sigma/3 = (2/3)\sigma/3$  である.

(感想) 統計の基本である. 一般に, 母集団の平均を  $\mu$ , 分散を  $\sigma^2$  とすれば, 大きさ  $n$  の標本平均  $m = \mu$ , 標本分散  $(n-1)/n \cdot \sigma^2$  は常識である. ...のだが, 本番では間違えてしまった.

## 1.9 No. 9

棒が左側のローラーから受ける垂直抗力を  $N_1$ , 右側のローラーから受ける垂直抗力を  $N_2$  とし, 左から右への向きを正として, 棒の左側のローラーとの接点から見た棒の重心の位置を  $x$  とする.

棒と左側のローラーの接点における回転モーメントから,

$$xmg = 2aN_2 \quad (1.15)$$

棒と右側のローラーの接点における回転モーメントから,

$$2aN_1 = (2a - x)mg \quad (1.16)$$

水平方向の運動方程式から,

$$m\ddot{x} = \mu N_1 - \mu N_2 \quad (1.17)$$

文字列 $t$	x	y	z	$\neq x$	?	?	?	?	?	?	?
1		x	y	z	x	x	y	z			
2			x	y	z	x	x	y	z		
3				x	y	z	x	x	y	z	
4					x	y	z	x	x	y	z

表 1.1 4文字目で不一致の場合

文字列 $t$	x	y	z	x	x	y	$\neq x$	?	?	?	?
1		x	y	z	x	x	y	z			
2			x	y	z	x	x	y	z		
3				x	y	z	x	x	y	z	
4					x	y	z	x	x	y	z

表 1.2 7文字目で不一致の場合



がそれぞれいえる。これらの方程式から  $N_1, N_2$  を消去すると、

$$\ddot{x} = -\frac{\mu g}{a}(a+x) \quad (1.18)$$

が成り立つので、 $x$  の解は  $2\pi\sqrt{a/(\mu g)}$  の周期をもつ周期関数である。

(感想) 回転モーメントについての理解ができていれば問題は無い。

## 1.10 No. 10

円柱の進行方向を正として、円柱の位置を  $x$  (ただし、 $x(0) = 0$ )、斜面と円柱の間に働く摩擦力を  $F$ 、円柱の回転角を  $\phi$ 、円柱の慣性モーメントを  $I (= mr^2/2)$  とする。

円柱の慣性モーメントから、

$$I\ddot{\phi} = rF \quad (1.19)$$

円柱の斜面方向の運動に関して、

$$m\ddot{x} = mg \sin \theta - F \quad (1.20)$$

円柱が滑らずに移動するという条件から

$$r\phi = x \quad (1.21)$$

がそれぞれ成り立つ。

これらの式から  $F, \phi$  を消去して  $x$  について整理すると、

$$\ddot{x} = \frac{2}{3}g \sin \theta \quad (1.22)$$

ここで、 $x \sin \theta = h$  であるから、

$$\ddot{h} = \frac{2}{3}g \sin^2 \theta \quad (1.23)$$

題意より、 $\dot{h}(0) = 0$  であるから、 $h = gt^2 \sin \theta/3$  であり、円柱の高さが  $h$  だけ変化するのに要する時間は  $t = \sqrt{3h/(g \sin \theta)}$  である。

(感想) 回転運動の理解を問う問題。この手の問題としては基本的なものである。

## 1.11 No. 11

物体が変形する瞬間、棒材の単位長さにかかる圧力は一様である。題意から、棒材の断面に垂直ではない方向からの力を考える必要はないので、次のことが成り立つ。

$$\frac{l}{A}N_1 = \frac{(3/2)l}{2A}N_2 \quad (1.24)$$

$$N_1 + N_2 = P \quad (1.25)$$

(感想) 本番では解に至るまでの発想が出てこなくて誤答した。

## 1.12 No. 12

時刻  $t$  における、小孔から流れ出る水の水の速度を  $u(t)$  とすると、時刻  $t_1$  から  $t$  の間に流れ出る水の量  $V$  について、

$$V = \int_{t_1}^t \pi a^2 \cdot u(\tau) d\tau$$

$$\frac{dV}{dt} = \pi a^2 u(t) \quad (1.26)$$

が成り立つ。

式 (1.26) と、問題文中に現れる式から  $V, u$  を消去すると、 $y = v^2 x^4 / (2a^4 g)$  が導かれる。  
(感想) 必要な式は全て記載されているため、流体力学の問題の中では簡単な部類に入るけれど、私は間違えてしまった。

## 1.13 No. 13

宙返りの頂点の部分で、球が円弧から受ける垂直抗力が非負であることが、題意を満たすための条件である。

円弧の頂点での球の速さを  $v_1$ 、球が円弧から受ける垂直抗力を  $R$  とすると、

$$m \frac{v_1^2}{r} = mg + R$$

$$R = m \frac{v_1^2}{r} - mg$$

$$v_1^2 \geq gr \quad (1.27)$$

となり、高さが 0 のときの球の速さを  $v_2$  とすると、運動エネルギー保存の法則から、

$$\frac{1}{2} m v_2^2 = mgh \quad (1.28)$$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + mg \cdot 2r \quad (1.29)$$

が成り立つ。

式 (1.27)(1.28)(1.29) より、 $h \geq (5/2)r$  が成り立つ。

(感想) 円運動の問題で、高校の物理の教科書にも載っているほど有名なものである。

## 1.14 No. 14

A 層と B 層の境界面での温度を  $T_2$  とする。

$T_0, T_1$  が一定に保たれていることから、A 層から境界面に流入する熱量と、境界面から B 層へ流出する熱量が等しいことがわかる。

このことから、

$$k_a \frac{T_2 - T_0}{L_a} = k_b \frac{T_1 - T_2}{L_b} \quad (1.30)$$

がいえる。

式 (1.30) を  $T_2$  について整理すると,  $T_2 = (T_0 k_a L_b + T_1 k_b L_a) / (k_a L_b + k_b L_a)$  が得られる.

(感想) 単位時間の熱伝導量が微分形式で示されているので, これを差分に直すことができれば答は目の前である.

## 1.15 No. 15

$V-P$  グラフの  $P = 60$  のところを見てみると,  $V$  が増加すれば, 温度  $T$  も単調に増加していることがわかる.

また,  $V \in (60, 160)$  のあたりでは  $T = 21.5$  である.

これらの条件を満たす  $V-T$  グラフの選択肢は 1 である.

(感想) グラフの読み取り能力を問う問題である. なお,  $V-T$  グラフで,  $V \in (60, 160)$  の範囲では, 二酸化炭素は固体と液体の混合状態である.

## 1.16 No. 16

検出器で暗線ができる条件は, 平面鏡からの反射光と, ベースプレートからの反射光との光路差が, 光の波長の  $m$  倍 ( $m$  は整数) になることが条件である.

この装置は, 角度が  $\theta$  の楔に置き換えて考えることができる. よって, 干渉縞は縦縞で, その間隔は  $\lambda / (2 \tan \theta)$  ( $\lambda$  は光の波長) である. 直方体をおいた場合は, 縞がずれるだけで間隔は変わらない.

(感想) 光の干渉の問題としてはよく見る問題である. 実際に図を書いてみるとわかり易い.

## 1.17 No. 17

Gauss の法則によれば, ある閉曲面の内部にある電荷の合計が  $Q$  であるとき, その曲面を通過する電気力線の数は,  $Q/\epsilon$  であるという.

このことから, 閉曲面を, 点  $O$  を中心とした半径  $r$  の球面を考えると, 点  $P$  における電界を  $E$  としたとき,

$$4\pi r^2 E = \frac{1}{\epsilon_0} \left( Q + \frac{-Q}{2} \right) \quad (1.31)$$

が成り立つので,  $E = Q / (8\pi\epsilon_0 r^2)$  である.

(感想) 電界に関する理解を問う問題である. 難しい問題ではなかった.

## 1.18 No. 18

電子が打ち出される方向を  $x$  軸の正の方向, 磁界の方向を  $y$  軸の正の方向として座標軸を定め,  $z$  軸を  $x$  軸と  $y$  軸の外積ベクトルの方向とする.

電子の速度を  $\vec{v}(t)$  とすると, 次の運動方程式が成り立つ.

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e \vec{v}(t) \times \vec{B} \quad (1.32)$$

$$\vec{v}(0) = (v, 0, 0)^T \quad (1.33)$$

$$\vec{B} = (0, B, 0)^T \quad (1.34)$$

式 (1.32) の右辺は電子にかかる Lorentz 力である。これらの式で、 $e, v, B$  が全て正であることを考慮すると、この微分方程式の解は、

$$\vec{v}(t) = \left( v \cos\left(\frac{eB}{m}t\right), 0, v \sin\left(\frac{eB}{m}t\right) \right)^T \quad (1.35)$$

である。電子の位置ベクトルを  $\vec{r}(t)$  とすれば、

$$\vec{r}(t) = \left( \frac{mv}{eB} \cos\left(\frac{eB}{m}t\right) + x_0, y_0, \frac{mv}{eB} \sin\left(\frac{eB}{m}t\right) + z_0 \right)^T \quad (1.36)$$

であるから、電子は半径を  $(mv)/(eB)$  とする円運動をする。

磁界  $B$  は電流  $I$  に反比例するので、電流を 2 倍すれば、電子の円運動の半径は  $(1/2)$  倍になる。

(感想) Lorentz 力の存在を知っているかどうかを問う問題である。本来の Lorentz 力  $F$  は、電子自身が生み出す電界  $E$  を考慮に入れて、 $F = qE + qv \times B$  とすべきだが、 $E$  は微小であるので無視している。

## 1.19 No. 19

抵抗が  $3R$  となっている線を外して考えると、ちょうどブリッジ回路となっていて、図の、端子に垂直な抵抗には電流が流れない。したがって、端子間の抵抗は、 $3R, (2R+R), (4R+2R)$  の 3 つの抵抗を並列に接続したときの抵抗に等しい。

合成抵抗を  $r$  とすると、 $r^{-1} = (3R)^{-1} + 2R + R^{-1} + (4R + 2R)^{-1}$  であるから、 $r = (6/5)R$  である。

(感想) 見た目は難しそうだが、ブリッジ回路を見つければ計算時間を大幅に短縮できる。本番ではブリッジ回路を発見できなかったため解答できなかった...

## 1.20 No. 20

問題にある電気回路は、図 1.1 に置き換えることができる。

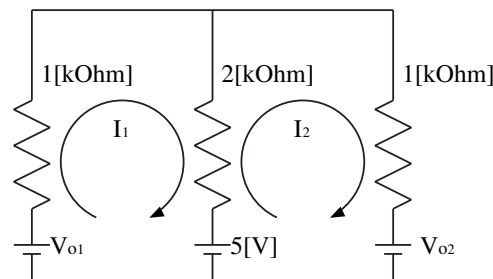


図 1.1 等価な電気回路

$V_R = 0$  であるとき、図 1.1 の  $I = 0$  である。図 1.1 の  $I$  については  $I = I_1 - I_2$  であり、回路方程式が成り立つ。

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{o1} - 5 \\ 5 - V_{o2} \end{pmatrix} \quad (1.37)$$

式 (1.37) から,  $I = I_1 - I_2 = (V_{o1} + V_{o2} - 10)/13$  であるので,  $I = 0$  が成り立つには,  $V_{o1} = V_{o2} = 5$  である必要がある. このような  $V_{o1}, V_{o2}$  を満たしている時間は,  $t \in ([20, 30] \cup [40, 50])$  の 20 秒間である.

(感想) 回路が見つらい書き方をしているので, 書き直しておきたい. 本番ではそこまで手が回らなかったのが誤答してしまった.



## 第 2 章

# 情報基礎

### 2.1 No. 36

矢が刺さった位置 A と、円の中心 O との距離を  $x$ , 的の図の適当な半径を基準と定め, その半径から見た直線 OA との角度を  $\theta$  とする. ( $x \in [0, r], \theta \in [0, 2\pi)$ )

$f(x) = -S(x-r)/r$  であるので, 求める期待値は,

$$\frac{\int_0^{2\pi} \int_0^r x f(x) dx d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^r dx d\theta} = S/3 \quad (2.1)$$

である.

(感想) 統計の期待値計算でよく見られる問題. 上記計算式の分母は, 確率密度関数の定義にあわせるために除すべき数を求めている. 本番ではこれを忘れて焦った.

### 2.2 No. 37

マルコフ情報源が定常状態にあるとき, 状態  $s_i$  にある確率を  $p_i$  とすると, 次の連立方程式が成り立つ.

$$p_1 = 0.6p_1 + 0.25p_2 + 0.1p_3 \quad (2.2)$$

$$p_2 = 0.4p_1 \quad (2.3)$$

$$p_3 = 0.75p_2 + 0.9p_3 \quad (2.4)$$

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1 \quad (2.5)$$

これを解くと,  $(p_1, p_2, p_3) = (5/22, 2/22, 15/22)$

“1” が出力される確率は,  $0.6p_1 + 0.25p_2 + 0.1p_3 = 5/22$  である.

(感想) マルコフ過程に関する問題は必ず出るのでおさえおきたい. とくに, 定常過程に関するものは必須である.

### 2.3 No. 38

行列式に関する性質として,

1. ある行の整数倍を他の行に加えても行列式は変わらない. 列に関しても同様.
2. 上三角行列, または, 下三角行列の対角成分を全て掛け合わせたものは行列式である.

3. ある行, または, ある列の成分が全て 0 なら行列式は 0 である.
4. 一列目, あるいは一行目の対角成分以外の全ての値が 0 のとき, 行列式は, 一行一列の成分と一行一列の余因子行列の行列式の積.

行列  $A$  の二行目の値に一行目の値を加え, 三行目の値から一行目の値を引くと,  $3 \times 3$  行列の計算に落ち着く. ここまでくれば, サラスの方法などで計算できるので以下略. 答えは 0 である.

(感想) 行列の性質に関する問題だったが, 今回はかなりやさしい問題だった. ...はずだったけれども, 本番では符号の書き間違いのせいで, 選択肢に無い答えが出てきてしまい解答できず.

## 2.4 No. 39

プログラム中の 4 行目までで,  $d[i][j]$  には  $p[i], p[j]$  間の長さの 2 乗が格納される. このあと, 変数  $j$  には  $d[i][a[i]]$  の値が最小となる  $i$  の値が格納されるわけだが,  $d[i][k]$  に非 0 値が格納されているのは,  $k$  が  $i+1$  から  $m-1$  までの間のときである. このことから, 空欄に入るのは「 $d[i][i+1]$  から  $d[i][m-1]$  のうちで最小値を取る  $d[i][j]$  のインデックス」となる

(感想) 解読もそれほど面倒ではない問題である.

## 2.5 No. 40

$O(f(n))$  と  $O(g(n))$  のアルゴリズムの線形和のアルゴリズムの計算オーダーについては,  $f(n), g(n)$  について,  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)/g(n) = \infty$  ならば  $O(f(n))$ , そうでなければ  $O(g(n))$  である.

$f_3(n)$  については  $O(n)$  である.

また,  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)/g(n) = \infty$  ならば  $O(g(n)) \Rightarrow O(f(n))$  もなりたつ.

よって,  $f_3$  は  $O(n \log n)$  のアルゴリズムでもある.

(感想) オーダーの定義をきちんと理解していないと  $O(n \log n)$  に気付かないと思われる.



## 第 3 章

# 電気工学

### 3.1 No. 41

この回路は線対称である。端子 ab を含む対角線を対称軸とする。また、端子 ab 間を流れる電流の総和を  $I$  とする。端子 a から電流の分岐を見ていく。

まず、最初の分岐の直後に流れる電流を  $I_1$  とする。

次の分岐を見ると、線対称の性質から、対称軸と垂直な位置になっている抵抗に電流は流れない。分岐後の電流は、そのまま直進する電流を  $I_2$ 、直交する電流を  $I_3$ 、対称軸に平行な抵抗に流れる電流を  $I_4$  とする。

ここまで定義すると、キルヒホッフの法則から、次の連立方程式が立てられる。

$$I = 2I_1 \quad (3.1)$$

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4 \quad (3.2)$$

$$R \cdot 2I_2 = R \cdot I_4 \quad (3.3)$$

$$R \cdot 2I_2 = R \cdot I_3 \quad (3.4)$$

なお、 $R = 10$  である。これを解くと、 $I_1 = I/2$ 、 $I_2 = 1/4$  などが得られる。

端子電圧を  $V$  とすれば、

$$V = 2R \cdot I_1 + 2R \cdot I_2 = \frac{5}{4}RI \quad (3.5)$$

が成り立つので、抵抗は  $V/I = 12.5$  である

(感想) 本番では見た瞬間に計算を諦めてしまったが、やはり、落ち着いて計算すればなんてことの無い問題だった。見逃したのが悔やまれる。

### 3.2 No. 42

回路の電圧に関する方程式は、コイルのインダクタンスを  $L$ 、コンデンサのキャパシタンスを  $C$  とすれば、

$$L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau = 100 \quad (3.6)$$

が成り立つ。

$i(t) = I \cos \omega t$  を代入して、 $\cos$  に関して整理すると、

$$I(\omega L - \frac{1}{\omega C}) \cos \omega t + \frac{I}{\omega C} = 100 \quad (3.7)$$

となる.

この式が全ての  $t$  で成立するには,

$$I(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{I}{\omega C} = 100 \quad (3.9)$$

が成り立つ必要がある.

これを解くと,  $I = 2, \omega = 5000$  が得られる.

(感想)  $v_L = L \frac{d}{dt} i_L, i_C = C \frac{d}{dt} v_C$  の関係さえ把握していれば, ただの恒等式の問題に落ち着く. 確実に得点できる問題だ.

### 3.3 No. 43

線路の方向に  $x$  軸をとってかんがえる. 端子 AB から  $dx$  だけずらした場合の電圧と電流を考える. 線路の単位長さのインピーダンスを  $Z$ , アドミタンスを  $Y$  とすると,

$$Z = R + j\omega L \quad (3.10)$$

$$Y = G + j\omega C \quad (3.11)$$

である. ただし,  $R$  は線路の単位長さの抵抗,  $G$  は線路の単位長さのコンダクタンスである.

このとき, 位置  $x$  における電流, 電圧をそれぞれ  $I(x), V(x)$  とすると,

$$\frac{d}{dx} V(x) = -ZI(x) \quad (3.12)$$

$$\frac{d}{dx} I(x) = -YV(x) \quad (3.13)$$

$$(3.14)$$

が成り立つ.

積分定数  $A_1, A_2$  を用いると, この連立微分方程式の解は,  $V = A_1 \exp(\sqrt{XY}x) + A_2 \exp(-\sqrt{XY}x), I = \frac{1}{\sqrt{ZY}} \{-A_1 \exp(\sqrt{XY}x) + A_2 \exp(-\sqrt{XY}x)\}$  である.

ここで, 線路は無損失であるという条件から, 式 (3.10)(3.11) において,  $R = 0, G = 0$  である.

## 第 4 章

# 情報工学 (ハードウェア)

### 4.1 No. 91

$A$  をビットシフトする前のビット列は,  $x, y$  を 0, または, 1 である数と考えて,  $101100xy$  と表現できる. 8 ビットにおける 2 の補数表現でこのような形となるのは, 10 進数で -77 (10110011) から -80 (10110000) の範囲にある. これに 10 を加えた値のとりうる範囲は -67 から -70 の間であり, 選択肢に当てはまるのは -69 である.

(感想) 2 の補数表現 (絶対値を 2 進数で表したものをビット反転し, 1 を加えたもの) を理解していれば, それほど難しい問題ではなかった.

### 4.2 No. 92

1.3 GHz で動作する汎用プロセッサで 250 クロックサイクル進むまでの時間  $t$  は,  $t = 250/(1.3 \times 10^9)$  であり, このプロセッサでの暗号化処理速度は  $128/t = 6.656 \times 10^8$  である.

専用プロセッサは, 同じ速度で動作する汎用プロセッサと比べて,  $(15 \times 10^9)/(6.656 \times 10^8) \approx 22.5$  倍の速さで暗号化できる.

(感想) 式を立てるところまでが勝負. 本番ではなぜか上手く式を立てられなかった.

### 4.3 No. 93

読み出しに要する平均時間は, 平均シーク時間と回転待ち時間と読み取り時間のそれぞれの平均値の和である.

平均シーク時間は 20 ms, 平均回転待ち時間は  $(60/6000 \times 1000)/2 = 5$  ms である.

また, 3800 バイトのデータは, トラックの  $3800/19000 = 0.2$  周分に相当するので, この読み出しに  $(60/6000 \times 0.2 \times 1000 = 2$  ms かかることになる.

これらを全て足すと, 27 ms になる.

(感想) 本番では, 磁気ディスクの 1 トラックを全て読むとディスクを 1 回転させるということを失念してしまっていて, 残念ながら正解できなかった.

#### 4.4 No. 94

機械 A, B の平均 CPI をもとめる.

機械 A の CPI  $C_A$  については, ロード/ストア以外の命令の場合, キャッシュミスをしな  
い確率は  $1 - 2/100 = 98/100$ , ロード/ストアの命令の場合, キャッシュミスをしな  
い確率は,  $(1 - 2/100) \times (1 - 5/100) = 9310/10000$  であるから,

$$\begin{aligned} C_A &= \frac{64}{100} \left( \frac{98}{100} \cdot 2 + \frac{2}{100} \cdot 50 \right) \\ &\quad + \frac{36}{100} \left\{ \frac{9310}{10000} \cdot 2 + \left( 1 - \frac{9310}{10000} \right) \cdot 50 \right\} \\ &= \frac{3806720}{1000000} \end{aligned} \tag{4.1}$$

機械 B の CPI  $C_B$  は, 2 である.

$C_A/C_B = 1.90336$  であるから, B の方が 1.90 倍速いといえる.

(感想) 選択肢には無い答えが出ているので, 恐らくこの解説は間違いである. 本番でも  
答えは出なかった.

#### 4.5 No. 95

ア. については, 複雑な処理についても RISC の命令セットで全て行うので誤り.

イ. については, マルチバイト文字列を含む文書の処理を例にあげているのが間違い.

ウ. については, 設計が複雑化するため, 動作周波数そのものを向上させること自体が難  
しい. 動作周波数上がるのは, あくまで見かけのものである.

エ. については正しい.

(感想) 最近のプロセッサの動向を知らないと答えられない. プロセッサに関しては勉強  
不足なのでこの解説も誤りがある可能性が高い.

## 第 5 章

# 情報工学 (ソフトウェア)

### 5.1 No. 96

このオートマトンは、各状態が 5 で割った時の剰余を表している。状態遷移の矢印は、元の整数を 2 倍して、添え字を加えることを表す。

A が 5 の倍数を示す状態であり、5 の倍数を 2 倍しても 5 の倍数であることから、 $a = 0$  であることがわかる。

このことから、B は 5 で割ると 1 余る状態であることがわかる。

第 3 桁が 1 で 5 の倍数である 3 桁の 2 進数は  $101_{(2)}$  であるから、 $b = 0, c = 1$  であることがわかる。C は 5 で割ると 2 余る数であることがわかる。

以下、推論を進めると、D は 5 で割ると 4 余る数で、E は 5 で割ると 3 余る数である。よって、 $d = 1, e = 1$  が導かれる。

以上より、 $(a, b, c, d, e) = (0, 0, 1, 1, 1)$  である。

(感想) 本番では意味をつかめずに終了したため得点を逃してしまった。

### 5.2 No. 97

関数 predicate は、リストの要素が 2 つ以上の場合、リストの先頭要素と他の要素のいずれかにマッチするものがあれば yes、そうでなければ、リストの先頭要素を削除して、再帰的に同じ関数を繰り返すというものである。これを平たくいうと、関数 predicate は、リスト中に同じ要素が 2 つ以上含まれていえば yes を、全てが互いに異なれば no を出力するということである。

関数 predicate の引数について、

1.  $[3, 2, 5, 8, 7]$  のときは no.
2.  $[4, 1, 9, 3, 5]$  のときは no.
3.  $[5, 2, 8, 2, 6]$  のときは yes.

をそれぞれ出力する。

(感想) 再帰関数についての問題は複雑になりがちだが、この問題はやさしかった。

### 5.3 No. 98

MAX プレーヤは、右側を選んで -3 という評価をしたのだから、左側は -3 未満で、右側は -3 であることがわかる。

このことから、

$$\min(\max(\min(v(P), 61), -30), 41) < -3 \quad (5.1)$$

$$\min(\max(\min(v(Q), 100), -94), -3) = -3 \quad (5.2)$$

が成り立つ。

式 (5.1) については、

$$\begin{aligned} \min(\max(\min(v(P), 61), -30), 41) < -3 \\ \max(\min(v(P), 61), -30) < -3 \\ \min(v(P), 61) < -3 \\ v(P) < -3 \end{aligned} \quad (5.3)$$

式 (5.2) については、

$$\begin{aligned} \min(\max(\min(v(Q), 100), -94), -3) = -3 \\ \max(\min(v(Q), 100), -94) \geq -3 \\ \min(v(Q), 100) \geq -3 \\ v(Q) \geq -3 \end{aligned} \quad (5.4)$$

がそれぞれ成り立つので、式 (5.3)(5.4) が  $v(P)$ ,  $v(Q)$  の範囲である。

(感想) 関数  $\max$ ,  $\min$  が 3 段にもわたる不等式があったりするので、計算がややこしかった。

### 5.4 No. 99

$2^m$  ビットにかかる乗算回数を  $f(m)$  とすると、 $f(m) = 3f(m-1)$ ,  $f(0) = 1$  という式が成り立つ。 $f(m) = 3^m$  である。 $m = \log_2 k$  という関係を使えば、 $f(m) = k^{\log_2 3}$  という関係が求められる。

(感想) 漸化式の組み立てをすることが肝心なところである。選択肢でみると、 $k = 1$  を代入しても全て同じ値で、 $k = 2$  を代入しても 1 番しか消せない。

### 5.5 No. 100

方法 1 はバブルソートで、この場合は最小の値から決定される。比較回数は、配列の内容によらず  $\frac{n(n-1)}{2}$  であり、交換回数は、整列済みの配列ならば 0、逆順に整列されている配列ならば  $\frac{n(n-1)}{2}$  であり、ランダムになっている配列ならば  $O(n^2)$  である。

方法 2 は選択ソートで、最大の値から決定される。比較回数は、配列の内容によらず  $\frac{n(n-1)}{2}$  であり、交換回数は、配列の内容によらず  $n-1$  である。

方法 3 は挿入ソートである。比較回数は、整列済みの配列ならば  $n-1$ 、逆順に整列されている配列ならば  $\frac{n(n-1)}{2}$  であり、ランダムになっている配列ならば  $O(n^2)$  である。また、交

換回数は、整列済みの配列ならば 0、逆順に整列されている配列ならば  $\frac{n(n-1)}{2}$  であり、ランダムになっている配列ならば  $O(n^2)$  である。実際の交換回数はバブルソートと同じである。

以上のことから、方法 1 と方法 2 の配列要素の比較回数はその内容によらず等しく一定であり、方法 1 と方法 3 の配列要素の交換回数は等しい。

(感想) 初等的なソートアルゴリズムの知識を問うものだったので、プログラムの解読さえできればすぐにわかる。クイックソートやヒープソート、基数ソート辺りが出ると厄介だったので、落ち着いて解けたと思う。